

Chapitre 10

Symétrie axiale

A. Programmes et attendus

Symétrie axiale

Le travail de construction réalisé au cours moyen se poursuit. Différents supports peuvent être utilisés : papier quadrillé, papier pointé, auxquels on ajoute le papier uni.

Objectifs d'apprentissage

Objectif 1 : Définir et utiliser la symétrie axiale

- Connaître la définition du symétrique d'un point par rapport à une droite

Objectif 2 : Connaître et utiliser les propriétés de la symétrie axiale

- Connaître et utiliser les propriétés de la symétrie axiale pour effectuer des constructions

B. Contexte du chapitre

Au cours moyen, les élèves ont appris à construire, sur papier quadrillé, la figure symétrique d'une figure donnée par rapport à une droite verticale, horizontale ou une diagonale d'un quadrillage. La nouveauté de la classe de sixième va être de les amener à travailler sur papier uni et donc à passer par la définition ponctuelle de la symétrie axiale.

De même, l'étude des propriétés de la symétrie axiale permettra aux élèves de compléter des figures sans pour autant construire les symétriques de tous les points de la figure. Des exercices donnant un morceau de la construction et demandant de compléter en utilisant uniquement certains outils géométriques permettront de mettre cela en action.

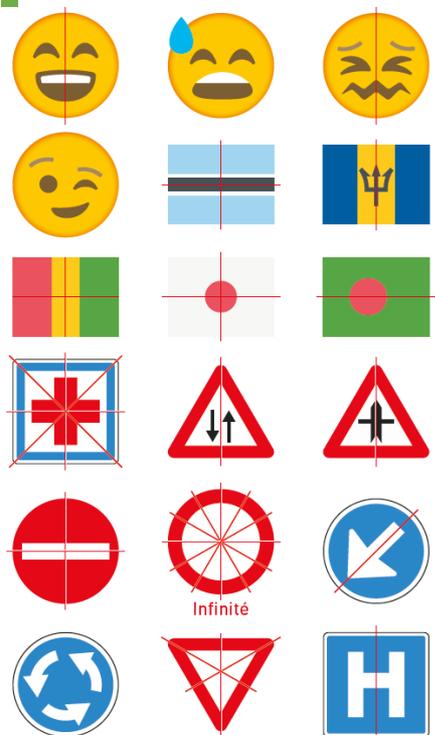
C. Ressources disponibles sur le site ressources et dans le manuel numérique enseignant

Je revois mes acquis	Je revois mes acquis en version aléatoire
Exercices Objectif 1	Automatismes en version aléatoire Vidéo de la méthode Exercice aléatoire corrigé MathALÉA Top chrono !
Exercices Objectif 2	Automatismes en version aléatoire Vidéo de la méthode Exercice aléatoire corrigé MathALÉA Top chrono !
Je prépare le contrôle	Exercices aléatoires corrigés MathALÉA de l'objectif 1 Exercices aléatoires corrigés MathALÉA de l'objectif 2
Pour aller plus loin	Problème DUDU

D. Corrections et intentions pédagogiques

1. Je revois mes acquis

1



Il y a donc, de gauche à droite, puis de haut en bas :

1 axe	0 axe	1 axe
0 axe	2 axes	1 axe
2 axes	2 axes	1 axe
4 axes	0 axe	1 axe
2 axes	Une infinité d'axes	1 axe
0 axe	3 axes	1 axe

2. Cherchons ensemble

Activité 1 : Reconnaître des figures symétriques

• Considérations didactiques et mise en pratique

Il s'agit dans cette activité de remettre en œuvre le concept de symétrie axiale par une reconnaissance visuelle. L'utilisation du pliage (même virtuel) pourra être utilisé pour justifier. Ce seront même les prémices de la verbalisation des propriétés de la symétrie axiale qui seront étudiées dans une autre activité.

• Correction

1. Les figures A et D sont formées de figures symétriques.

Ce n'est pas le cas pour la figure B, car elles ne sont pas à la même distance de l'axe.

Ce n'est pas le cas pour la figure C, car les canards sont dans la même orientation. En pliant, les pattes du canard vont aller se superposer sur la tête de l'autre canard.

2. Pour les figures A et B, les figures sont bien symétriques par rapport à la droite verte.

Pour la figure C, le pliage ne superpose pas les figures, car l'axe est oblique.

Activité 2 : Construire un symétrique sur papier uni

• Considérations didactiques et mise en pratique

Cette activité vise l'une des nouveautés de la classe de 6^e sur la symétrie axiale, à savoir la construction d'un symétrique sur papier uni, en utilisant la définition ponctuelle de la symétrie axiale.

À ce stade, les élèves ont le ressenti de ce qui est symétrique et de ce qui ne l'est pas. Ils savent aussi construire des symétries sur un quadrillage.

• **Correction**

1. vérifier sur le cahier de l'élève.
2. À vérifier sur le cahier de l'élève.

Activité 3 : Découvrir les propriétés de la symétrie axiale

• **Considérations didactiques et mise en pratique**

L'une des nouveautés de la classe de sixième concernant la symétrie axiale est de lister et utiliser les propriétés de la symétrie axiale. Cette activité se concentre sur la mise en place et l'institutionnalisation de ces propriétés qui seront utilisées dans l'activité suivante.

L'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique permettra, en plus de progresser dans l'utilisation de tels outils, de pouvoir modifier la figure et donc de faire émerger le cas général (la propriété) à partir d'une multitude de cas particuliers obtenus à l'écran.

• **Correction**

1. Dans cette partie, après la construction et la manipulation, les élèves devraient remarquer que les longueurs AB et A'B' restent égales dans toutes les positions choisies.

La propriété admise sera donc « La symétrie axiale conserve les distances. »

2. Dans cette partie, après la construction et la manipulation, les élèves devraient remarquer que les longueurs angles conservent la même mesure dans toutes les positions choisies.

La propriété admise sera donc « La symétrie axiale conserve les angles. »

Activité 4 : Utiliser les propriétés de la symétrie axiale

• **Considérations didactiques et mise en pratique**

L'une des nouveautés de la classe de sixième concernant la symétrie axiale est de lister et utiliser les propriétés de la symétrie axiale. Cette activité se concentre sur l'utilisation de ces propriétés.

Pour cela, les élèves vont devoir compléter des figures symétriques en utilisant uniquement certains instruments.

• **Correction**

1. Après avoir facilement placé les symétriques des points A et B, les élèves pourront tracer le segment [A'B'] puis placer en angle droit, à une distance de 3 carreaux, le point C'. De la même manière, ils pourront placer le point D' en angle droit à 5 carreaux du point C.

2. Les élèves pourront facilement placer les points F' et D' grâce au quadrillage. Pour placer le point E, ils devront utiliser un rapporteur et le compas pour reproduire l'angle de 40° et reporter la longueur FE à partir de F'. Il ne restera plus qu'à tracer un demi-cercle centré au milieu de [F'E'].

3. Exercices de l'objectif 1

Je prends un bon départ

2 Automatismes

1. (d) est la médiatrice du segment qui joint ces deux points.
2. Le mouvement associé à la symétrie axiale est le pliage.

3. C'est une droite pour laquelle la figure et son symétrique par rapport à la droite sont confondus.

4. Deux figures sont symétriques par rapport à une droite lorsque, en pliant le long de la droite, les deux figures se superposent.

5. a. 1 b. 0 c. 2 d. 1 e. 0
f. 2 g. 8 h. 1

3 À vérifier sur le cahier de l'élève.

4 Le point E.

J'applique

5 SI - METRE – RIZ .

C'est donc le mot SYMETRIE

6 1. 2. 3. À vérifier sur le cahier de l'élève.

7 1. 2. 3. À vérifier sur le cahier de l'élève.

8 a. et b. À vérifier sur le cahier de l'élève.

9 1. et 2. À vérifier sur le cahier de l'élève.
3. Les droites (AA') et (BB') sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (d) et donc elles sont parallèles.

10 1. et 2. À vérifier sur le cahier de l'élève.
3. Pour réaliser cette construction, il faut placer deux points A et B sur la droite (d_1) , puis construire les symétriques A' et B' de ces deux points et tracer la droite $(A'B')$.

11 1. 2. 3. À vérifier sur le cahier de l'élève.

12 TOP CHRONO

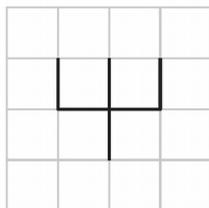
a. Le symétrique du point 68 par rapport à (d_3) est le point 28.

b. Le symétrique du point 55 par rapport à (d_4) est le point 53.

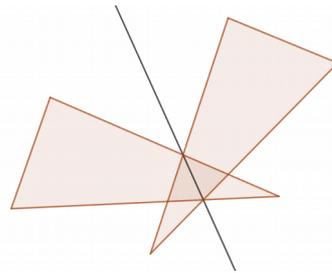
c. Le symétrique du point 47 par rapport à (d_2) est le point 14.

Entraînement et problèmes

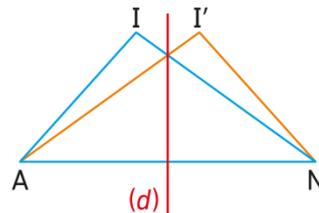
13 C'est la suite des chiffres accolés à leur symétrique par rapport à un axe vertical. Le motif suivant est donc :



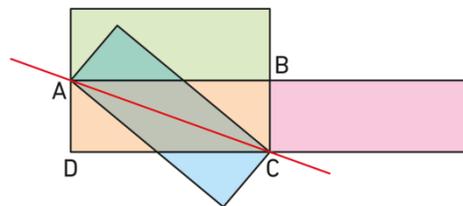
14



15

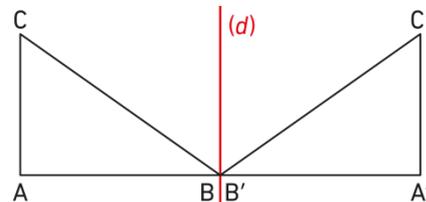


16



17 À vérifier sur le cahier de l'élève.

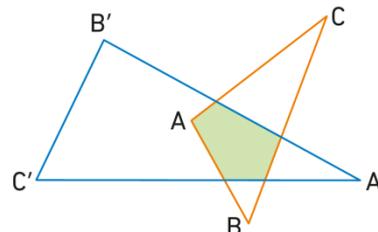
18



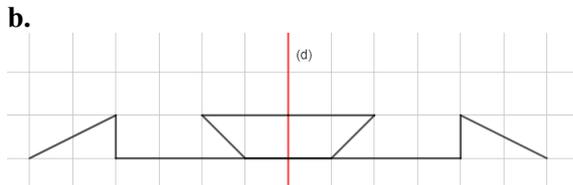
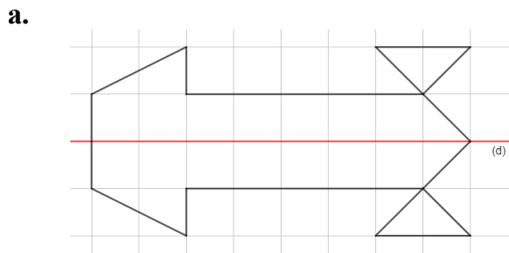
19 À vérifier sur le cahier de l'élève.

20 Après une symétrie axiale, le sens des flèches sera inversé. Les motifs qui ont pu être obtenus à partir d'une symétrie axiale de ce logo sont donc les motifs B, D et F.

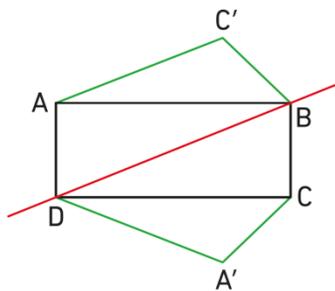
21



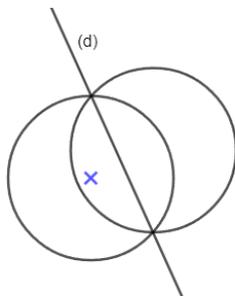
22



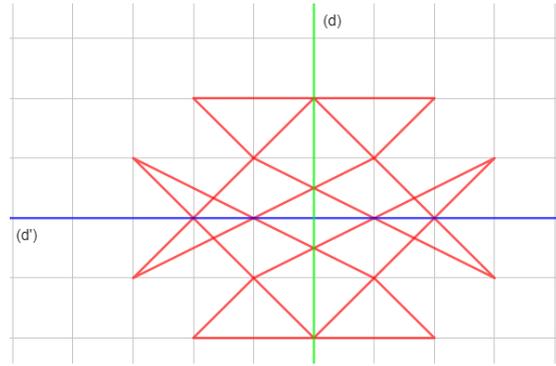
23



24



25



26 À vérifier sur le cahier de l'élève.

27 1. C'est dans la frise 1.

2. et 3. À vérifier sur le cahier de l'élève.

28 En affichage digital, les chiffres qui ont un axe de symétrie horizontal sont : 0, 1, 3 et 8. Les chiffres qui peuvent être symétriques l'un de l'autre par une symétrie d'axe vertical (passant par les « : » du réveil) sont : 0 et 0 ; 1 et 1 ; 2 et 5 ; 8 et 8.

Donc les heures qui admettent un axe de symétrie horizontal sont :

00:00 ; 00:01 ; 00:03 ; 00:08 ; 01:00 ; 01:01 ; 01:03 ; 01:08 ; 01:30 ; 01:31 ; 01:33 ; 01:38 ; 03:00 ; 03:01 ; 03:03 ; 03:08 ; 03:10 ; 03:11 ; 03:13 ; 03:18 ; 03:30 ; 03:31 ; 03:33 ; 03:38 ; 08:00 ; 08:01 ; 08:03 ; 08:08 ; 08:10 ; 08:11 ; 08:13 ; 08:18 ; 08:30 ; 08:31 ; 08:33 ; 08:38 ; 10:00 ; 10:01 ; 10:03 ; 10:08 ; 10:10 ; 10:11 ; 10:13 ; 10:18 ; 10:30 ; 10:31 ; 10:33 ; 10:38 ; 11:00 ; 11:01 ; 11:03 ; 11:08 ; 11:10 ; 11:11 ; 11:13 ; 11:18 ; 11:30 ; 11:31 ; 11:33 ; 11:38 ; 13:00 ; 13:01 ; 13:03 ; 13:08 ; 13:10 ; 13:11 ; 13:13 ; 13:18 ; 13:30 ; 13:31 ; 13:33 ; 13:38 ; 18:00 ; 18:01 ; 18:03 ; 18:08 ; 18:10 ; 18:11 ; 18:13 ; 18:18 ; 18:30 ; 18:31 ; 18:33 ; 18:38.

Donc les heures qui admettent un axe de symétrie vertical sont :

00:00 ; 01:10 ; 02:50 ; 05:20 ; 10:01 ; 11:11 ; 12:51 ; 15:21 ; 20:05 ; 21:15 ; 22:55.

Les heures qui admettent deux axes de symétrie sont :

00:00 ; 01:10 ; 10:01 ; 11:11.

4. Exercices de l'objectif 2

Je prends un bon départ

29 Automatismes

1. La symétrie axiale conserve l'alignement, les longueurs, les angles, les formes, les périmètres et les aires.

2. La symétrie axiale inverse le sens de la figure. Le sens n'est donc pas conservé.
3. On peut dire que c'est un segment de 6 cm de longueur également.
4. On peut dire que c'est un cercle de rayon 4 cm.
5. On peut dire que c'est un triangle isocèle.
6. On peut dire que c'est un triangle équilatéral.

30 La spirale rouge a une longueur de 20 cm, car la symétrie axiale conserve les longueurs.

- 31** 1. $[A'B']$ mesure 5 cm également car la symétrie axiale conserve les longueurs.
2. Le triangle $A'B'C'$ est rectangle en C' , car la symétrie axiale conserve les angles.
3. $BC = 3$ cm, car la symétrie axiale conserve les longueurs. Comme $AB = 5$ cm, on en déduit que $AC = 3$ cm.

J'applique

32 Le message est à lire à l'envers :
« LA SYMETRIE AXIALE CONSERVE LES ANGLES ET LES DISTANCES. »

33 C'est la figure A, car dans la figure B les longueurs ne sont pas respectées, et dans la figure C les angles ne sont pas respectés.

34 Lucie a raison. Eliot se trompe car les points A, B et C sont alignés et la symétrie axiale conserve l'alignement (les angles). Donc les points A' , B' et C' devraient être alignés, mais ce n'est pas le cas.

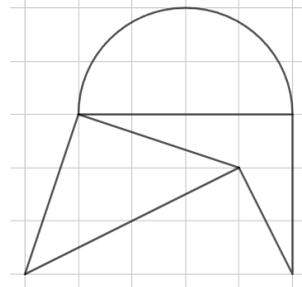
35 1. 2. et 3. a. À vérifier sur le cahier de l'élève.

3. b. Ces symétriques sont deux droites parallèles car la symétrie axiale conserve les angles.

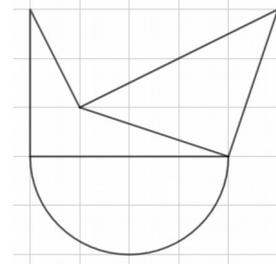
36 1. et 2. À vérifier sur le cahier de l'élève.
3. Il faut tracer la demi-droite $[A'B')$ et placer le point C' sur cette demi-droite à 5 cm de B' car la symétrie axiale conserve les distances.

37 1. et 2. À vérifier sur le cahier de l'élève.
3. Le triangle KHF est rectangle en H car la symétrie axiale conserve les angles.
4. $KH = 3,7$ cm et $HF = 2,3$ cm car la symétrie axiale conserve les longueurs. Donc le périmètre de KHFP est égal à :
 $3,7 + 2,3 + 2,3 + 3,7 = 12$ cm.

38 a. Symétrie par rapport à la droite rouge.



b. Symétrie par rapport à la droite verte.



39 TOP CHRONO

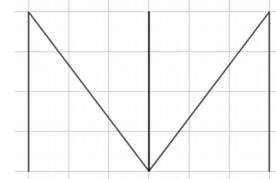
Les angles \hat{A} et \hat{A}' sont symétriques par rapport à (d).

Or, le symétrique d'un angle est un angle de même mesure.

Donc les angles \hat{A} et \hat{A}' ont la même mesure et $\hat{A} = \hat{A}'$.

Entraînement et problèmes

40 Les motifs sont composés de lettres de l'alphabet accolées à leur symétrique par rapport à un axe vertical. Le motif suivant se réalise donc à partir de la lettre N.



41 1. et 2. À vérifier sur le cahier de l'élève.

3. En utilisant le compas, on peut construire le point A' , symétrique du point A, centre de ce cercle.

Comme la symétrie axiale conserve les distances, il suffit de tracer un cercle de centre A' et de rayon 5 cm.

42 1. 2. 3. et 4. À vérifier sur le cahier de l'élève.

5. Comme la symétrie axiale conserve les longueurs, $AC = AD$, donc le triangle ACD est isocèle en A .

De plus, comme la symétrie axiale conserve les angles, , donc .

Le triangle ACD est également rectangle en A , il est donc isocèle rectangle en A .

43 La symétrie axiale conserve les longueurs, donc $AD = AB = 7$ cm et $CD = CB = 5$ cm. Donc le périmètre de $ABCD$ est égal à $7 + 5 + 5 + 7 = 24$ cm.

44 On peut construire J' , le symétrique de J , en utilisant la règle graduée, puis construire un angle de 79° en J' et placer le point K' dans cette direction, en utilisant la règle graduée.

45 En prolongeant (d_1) , celle-ci coupe l'axe (d) en un point. En reliant ce point au point M' , on obtient la droite symétrique de (d_1) par rapport à (d) .

De même, en prolongeant (d_2) on pourra tracer son symétrique.

46 1. et 2. À vérifier sur le cahier de l'élève.

3. Le triangle $AB'C'$ est isocèle car la symétrie axiale conserve les longueurs donc :

$AB' = AB = 5$ cm et $AC' = AC = 5$ cm.

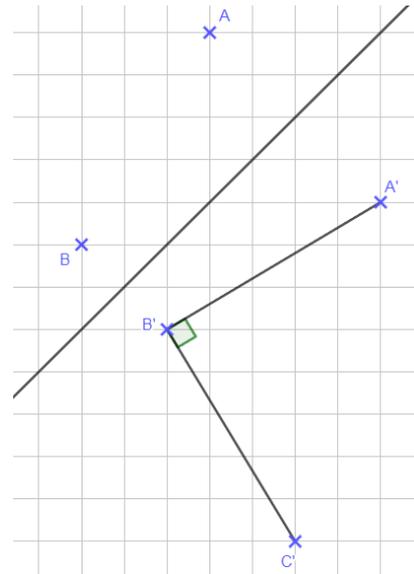
4. Le périmètre de $AC'BCB'$ est égal à $5 + 4 + 4 + 4 + 5 = 22$ cm.

47 1. 2. et 3. À vérifier sur le cahier de l'élève.

4. Les points N et M sont ainsi équidistants de A et A' . (NM) est donc la médiatrice de $[AA']$. A' est donc le symétrique de A par rapport à la droite (NM) , c'est-à-dire la droite (d) .

5. On utilise la même méthode que décrite précédemment pour construire A' .

48 En utilisant le quadrillage, on place le point C' tel que $[B'C']$ soit perpendiculaire à $[B'A']$ et de même longueur.



49 À vérifier sur le cahier de l'élève.

50 1. 2. et 3. À vérifier sur le cahier de l'élève.

4. Comme la symétrie axiale conserve les angles, et , donc :

Donc le triangle FBE est rectangle en B .

51 • La droite rouge et la droite bleue sont symétriques par rapport à (FG) .

• La droite verte et la droite bleu foncé sont symétriques par rapport à (FG) .

Donc les points C et D sont symétriques par rapport à (FG) .

Donc (FG) est la médiatrice du segment $[CD]$.

52 Les seules heures qui admettent deux axes de symétries sont :

00:00 01:10 10:01 11:11

S'il s'est réveillé à 00:00 :

- il a pu se réveiller à nouveau à 01:10, il se sera donc écoulé 01:10 et son réveil aura à nouveau deux axes de symétries à 10:01, donc dans 08:51 ;
- il a pu se réveiller à nouveau à 10:01, il se sera donc écoulé 10:01 et son réveil aura à nouveau deux axes de symétries à 11:11, donc dans 01:10 ;
- il a pu se réveiller à nouveau à 11:11, il se sera donc écoulé 11:11 et son réveil aura à nouveau deux axes de symétries à 00:00, donc dans 12:49.

S'il s'est réveillé à 01:10 :

- il a pu se réveiller à nouveau à 10:01, il se sera donc écoulé 08:51 et son réveil aura à

nouveau deux axes de symétries à 11:11, donc dans 01:10 ;

- il a pu se réveiller à nouveau à 11:11, il se sera donc écoulé 10:01 et son réveil aura à nouveau deux axes de symétries à 00:00 ; donc dans 12:49.

S'il s'est réveillé à 10 :01,

- il a pu se réveiller à nouveau à 11:11, il se sera donc écoulé 01:10 et son réveil aura à nouveau deux axes de symétries à 00:00, donc dans 12:49.

5. Je prépare le contrôle

Les corrections des exercices 53 à 67 sont dans le manuel, page 312.

6. Pour aller plus loin

68 1. 2. et 3. Les trous représentent des points et chaque trou possède deux symétries par rapport aux deux axes. Il suffit donc de relier deux trous et de construire immédiatement les symétries du segment tracé par rapport aux deux axes. Libre court ensuite à l'imagination de chacun.

69 2. La figure obtenue comporte deux axes de symétrie : les axes de pliage.

70 1. et 2. À vérifier sur le cahier de l'élève.

3. O et A sont équidistants de C et D. Donc (OA) est la médiatrice de [CD].

4. ACO est un triangle équilatéral car $AO = AC = CO$.

5. ACD est un triangle isocèle car $AC = AD$.

6.

71 1. 2. et 3. À vérifier sur le cahier de l'élève.

4. Non, pas en général.

5. a. Dans ce cas, c'est un angle plat donc cette somme vaut 180° .

b. C'est l'angle .

c. Les angles et sont symétriques, donc égaux.

d. Les angles et sont symétriques donc égaux.

e. Donc il faut que l'angle pour que C', B et A' soient alignés.

f. À vérifier sur le cahier de l'élève.

72 2. Ce périmètre est égal à , ce qui représente deux fois le périmètre de ABCD, soit 32 cm.

3. Le polygone AEFBGHD est composé de trois rectangles identiques à ABCD, donc l'aire du rectangle ABCD est égale à 15 cm^2 .

4. Les seules possibilités pour les dimensions de ce rectangle sont : 1 et 15 ou encore 3 et 5. La seule possibilité

pour obtenir un périmètre de 16 cm est donc que les dimensions du rectangle soient égales à 3 cm et 5 cm.

73 2. D'après la construction $AB = AC = 3 \text{ cm}$ et $BC = BA = 3 \text{ cm}$. Donc $CA = CB = 3 \text{ cm}$, et donc le cercle de centre C qui passe par A passe également par B.

3. ABC est un triangle équilatéral car $AB = AC = BC = 3 \text{ cm}$.

4. a. Le point E est l'autre point d'intersection des cercles de centre A et C.

b. Le point F est l'autre point d'intersection des cercles de centre A et B.

c. Le point G est l'autre point d'intersection des cercles de centre C et B.

5. a. Les triangles ACE, ABF et BCG sont des symétriques par symétrie axiale du triangle équilatéral ABC. Comme la symétrie axiale conserve les longueurs, ces triangles sont des triangles équilatéraux.

b. E, A et F sont alignés car :

6. EFG est un triangle équilatéral car on

pourrait montrer que F, B et G sont alignés tout comme G, C et E. Et donc que les angles de ce triangle mesurent 60° .

74 À vérifier sur le cahier de l'élève.

75 À vérifier sur le cahier de l'élève.

76 À vérifier sur le cahier de l'élève. On obtient ici un papillon.

77 Dans le catalogue, 3 carreaux n'ont pas d'axe de symétrie. Ils sont entourés en rouge ci-dessous.



7. Travailler avec le numérique

Activité 1 : Faire des dessins symétriques

• Considérations didactiques et mise en pratique

Cette activité utilise les possibilités d'un logiciel de géométrie dynamique et en particulier la possibilité de laisser une « trace » pour marquer le déplacement d'un objet, afin de créer ici deux figures symétriques en temps réel et de constater quelques régularités suivant si l'on se rapproche ou l'on s'éloigne de l'axe.

• Correction

En suivant les consignes, on pourra obtenir des figures symétriques. Le but est que les élèves en construisent plusieurs, afin de repérer les régularités de la symétrie axiale.

Activité 2 : Créer une frise

• Considérations didactiques et mise en pratique

Cette activité a pour but de montrer la régularité des motifs dans une frise et comment on peut créer une frise à partir d'une symétrie axiale. Les possibilités offertes par les logiciels de géométrie dynamique permettent en particulier de modifier le premier motif et ainsi de modifier toute la frise.

• Correction

En suivant les instructions on pourra dans un premier temps obtenir la frise demandée. Ensuite les élèves pourront eux-mêmes imaginer un motif initial et ainsi créer leur propre frise.

Activité 3 : Utiliser l'application SYMAX

• Considérations didactiques et mise en pratique

L'utilisation de cette application permet de retravailler la symétrie axiale sur quadrillage avec des axes horizontaux, verticaux ou obliques.

C'est ce que les élèves doivent maîtriser en sortant de l'école primaire.

Ils sont en général assez friands de cette application.

Activité 4 : Utiliser l'application TRANSFORMATIONS

• Considérations didactiques et mise en pratique

L'utilisation de cette application permet de retravailler la symétrie axiale sur quadrillage avec des axes horizontaux, verticaux ou obliques.

Les élèves peuvent travailler l'image d'un point, d'une figure, ou encore travailler la symétrie axiale sur pavage. Elle se situe un cran au-dessus de l'application SYMAX et permet de consolider les acquis sur cette notion.

Le paramétrage permet aussi de travailler des figures coupées par l'axe ou non.